

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – ESCOLA POLITÉCNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE AERODINÂMICA LINEAR E SIMULAÇÃO INTERATIVA DE  
DECOLAGEM

Danilo Vinícius Vilardi

São Paulo

2014

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – ESCOLA POLITÉCNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE AERODINÂMICA LINEAR E SIMULAÇÃO INTERATIVA DE  
DECOLAGEM

Trabalho de formatura apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do título de Graduação em Engenharia

Danilo Vinícius Vilardi

Orientador: Prof. Dr. Ernani Vitillo Volpe

Área de concentração:

Engenharia mecânica

São Paulo

2014

**Vilardi, Danilo Vinícius**

**Análise aerodinâmica linear e simulação interativa de decolagem / D.V. Vilardi. – São Paulo, 2014.**

**42 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Aerodinâmica 2.Simulação 3.Decolagem 4.Superfícies de sustentação I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar um programa em MATLAB que consiga prever, a um caráter preliminar, as características de decolagem de uma determinada aeronave, estipulada via dimensões geométricas. O programa deverá ser capaz de calcular o comportamento aerodinâmico em solo e em voo, e também deverá dispor de um recurso de simulação, podendo o usuário interagir com a aeronave em tempo real via controle ou *joystick* USB. O comprimento de pista para decolagem será definido pelo usuário. A intenção é poder definir qual a máxima massa levantada possível pela aeronave definida, em função das características aerodinâmicas calculadas e do comprimento de pista informado.

## ABSTRACT

This work intends to develop and present a MATLAB program, which enables one to calculate and predict the takeoff properties of an given aircraft, with stipulated geometric dimensions. The program will be able to calculate the aerodynamic behavior during takeoff and cruise. It also must have a simulation option, allowing the user to interact with the aircraft in real-time, via USB controller or joystick. The takeoff runway length will be defined by the user. The goal is to estimate, for an given aircraft and runway length, its maximum payload possible.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Vórtice em segmento de reta (Katz; Plotkin, 1991) .....	3
Figura 2 - Anel de vórtices com circulação constante (Katz; Plotkin, 1991).....	3
Figura 3 - Elemento de circulação $\Gamma$ e escoamento de velocidade $Q$ (Katz; Plotkin, 1991)....	5
Figura 4 - Painéis da superfície sustentadora (Katz; Plotkin, 1991) .....	6
Figura 5 - Método da imagem para efeito solo (Kuethe; Chow ,1998) .....	10
Figura 6 - Forças e momentos aerodinâmicos .....	11
Figura 7 - Ângulos de ataque e derrapagem .....	11
Figura 8 - Captura de tela da planilha de entrada de parâmetros .....	13
Figura 9 - Malha geométrica gerada em Matlab a partir da planilha .....	14
Figura 10 - Influência da altura no coeficiente $CL\alpha$ .....	19
Figura 11 - Método das seções críticas .....	20
Figura 12 – Captura de tela para ilustração da asa comparada .....	22
Figura 13 - Comparações com o XFLR5 .....	23
Figura 14 - Instalação do modelo no túnel de vento do IPT .....	24
Figura 15 - Comparaçao das curvas de sustentação.....	24
Figura 16 - Comparaçao das curvas de arfagem .....	25
Figura 17 - Comparaçao das polares de arrasto .....	25
Figura 18 – Diagrama de forças e momentos na decolagem .....	27
Figura 19 - Motores ensaiados .....	29
Figura 20 - Ensaio em túnel de vento realizado em 2013 (I), Detalhe da fixação (II) e hélices (III).....	30
Figura 21 - Curvas obtidas no ensaio em túnel de vento .....	30
Figura 22 - Ensaio de atrito realizado .....	31
Figura 23 - Recorte do diagrama de blocos utilizado na simulação .....	36
Figura 24 - Joystick utilizado para o controle da simulação.....	37
Figura 25 - Mundo virtual criado para a simulação .....	37
Figura 26 - Pontos de vista inseridos para a simulação .....	38
Figura 27 - Simulação feita para 8 kg .....	39
Figura 28 - Simulação feita para 10 kg .....	39
Figura 29 - Simulação feita para 12 kg .....	40
Figura 30 - Simulação feita para 14 kg .....	40

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	1
2.	O MÉTODO VLM – <i>VORTEX LATTICE METHOD</i> .....	2
2.1.	O anel de vórtices .....	3
2.2.	O teorema de Kutta-Joukowsky.....	5
2.3.	Discretização da superfície sustentadora e coeficientes de influência .....	6
2.4.	Forças e momentos aerodinâmicos .....	8
2.5.	Influência do solo nas características aerodinâmicas.....	10
3.	O PROGRAMA VLM DESENVOLVIDO.....	11
3.1.	Entrada e leitura dos parâmetros.....	13
3.2.	Criação das malhas .....	14
3.3.	Criação da matriz de influência .....	15
3.4.	Criação da matriz RHS .....	16
3.5.	Obtenção dos coeficientes aerodinâmicos .....	17
3.6.	Derivadas e constantes aerodinâmicas e de controle .....	18
3.7.	Modelagem da influência da altura $h$ em relação ao solo .....	19
3.8.	Previsão do ângulo de estol e arrasto parasita.....	20
4.	VALIDAÇÃO DO PROGRAMA VLM PROPOSTO .....	21
4.1.	Comparação com o software livre <i>XFLR5</i> .....	22
4.2.	Comparação com um ensaio em túnel de vento.....	24
4.3.	Avaliação das comparações .....	26
5.	O SIMULADOR DESENVOLVIDO.....	27
5.1.	Modelagem das forças e momentos aplicados ao sistema .....	29
5.2.	Aplicação do Teorema do Momento Angular (TMA) e do movimento baricêntrico (TMB) ao sistema .....	33
5.3.	Programação do simulador .....	36
5.4.	Teste do simulador desenvolvido .....	39
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	41
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	42

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem, por objetivo, desenvolver um programa em ambiente MATLAB que consiga avaliar os comportamentos de decolagem e subida de uma aeronave a partir de dimensões parametrizadas de suas superfícies sustentadoras (asa ou asas, estabilizadores, etc.). O programa deverá estudar as características aerodinâmicas de sustentação, arrasto, bem como momentos de arfagem, rolagem e guinada, para uma malha de ângulos de ataque, ângulos de derrapagem, e velocidades, levando em conta a influência da proximidade com a pista no processo de decolagem. Além disso, o programa deverá dispor de um recurso para simulação interativa, isto é, permitindo que o usuário interaja em tempo real com a aeronave estipulada, utilizando um controle USB para comandar o ângulo de deflexão do profundor e a potência do motor.

A motivação inerente a este estudo é em função das dificuldades encontradas nos projetos da equipe Keep Flying de aerodesign da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. A equipe participa anualmente de uma competição entre escolas de engenharia, cuja missão é projetar, relatar, apresentar, construir e voar uma aeronave de pequeno porte que deve ser leve e, ao mesmo tempo, ser capaz de carregar grande carga útil. Há, na competição, uma restrição do comprimento de pista disponível para a decolagem, fator limitante na massa total levantada pela aeronave. Uma das etapas do projeto é prever a máxima massa levantada na decolagem, pois há uma bonificação de pontuação relativa à proximidade entre o peso realmente levantado em voo na competição e o peso previsto em relatório pela equipe. Necessita-se, portanto, de bons métodos de avaliação da decolagem da aeronave.

## 2. O MÉTODO VLM – *VORTEX LATTICE METHOD*

Este capítulo se destina a explicar o funcionamento do método utilizado para a obtenção das características aerodinâmicas da aeronave, tendo como entrada as dimensões geométricas das superfícies sustentadoras e de controle.

O método utilizado será o *Vortex Lattice Method*, ou **VLM**, descrito em Katz; Plotkin (1991), que discretiza as superfícies sustentadoras em pequenos painéis quadriláteros, impondo singularidades na forma de anéis de vórtices, cujos valores de circulação são obtidos com sistemas lineares de equações advindas das condições de contorno de impermeabilidade e tangência no bordo de fuga. Todo o equacionamento do método será baseado em Katz; Plotkin (1991).

A escolha do VLM dentre tantas outras possibilidades de métodos potenciais se dá devido ao fato da sua agilidade e facilidade de implementação, quando se compara com outros métodos. Além disso, o VLM possui pouca restrição no que tange às limitações geométricas (enflechamentos, diedros, número de superfícies). As faixas usuais de operação deste método vão de

Vale ressaltar que esta análise é baseada na teoria do escoamento potencial, que não leva em conta a influência da viscosidade ou das características de turbulência do escoamento. Os resultados ficam limitados, portanto. Para estudos aerodinâmicos mais precisos, normalmente faz-se uso de ensaios em túnel de vento e softwares comerciais de dinâmica de fluidos computacional, ou CFD. Estes últimos requerem alta performance computacional e alto tempo de processamento. O intuito deste trabalho é fornecer um método de estimativa preliminar das características aerodinâmicas, devendo ser eficiente no quesito de tempo de processamento.

O método VLM utiliza a superfície de arqueamento média da asa como referência para os cálculos. Ela é discretizada em painéis contendo anéis de vórtices (descritos adiante) de circulações desconhecidas inicialmente. A equação de laplace para o potencial é aplicada ao escoamento e a condição de não-penetrção é imposta, criando assim as condições de contorno para a definição do sistema linear que

resultará na obtenção das circulações de cada anel de vórtice. Por fim, o teorema de Kutta-Joukowsky é aplicado para a obtenção das resultantes aerodinâmicas.

## 2.1. O anel de vórtices

A figura 1 ilustra um vórtice em segmento de reta com circulação constante  $\Gamma$ :

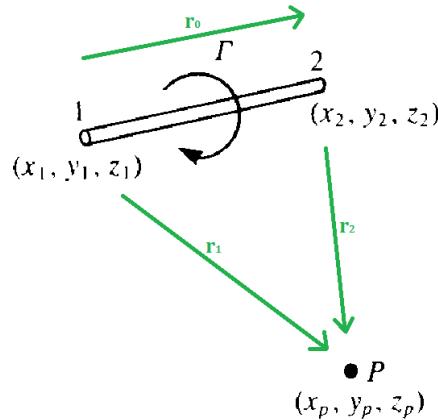


Figura 1 - Vórtice em segmento de reta (Katz; Plotkin, 1991)

Sabe-se, da integração da lei de Biot-Savart, que a velocidade induzida em um ponto  $P$  qualquer por este segmento é:

$$\vec{v}_p(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \Gamma) = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \right) \cdot \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

Essa equação é utilizada para calcular a velocidade induzida por um anel de vórtices, isto é, um conjunto de quatro vórtices segmentos de reta adjacentes de circulação constante, em um ponto  $P$  qualquer, como mostra a figura 2:

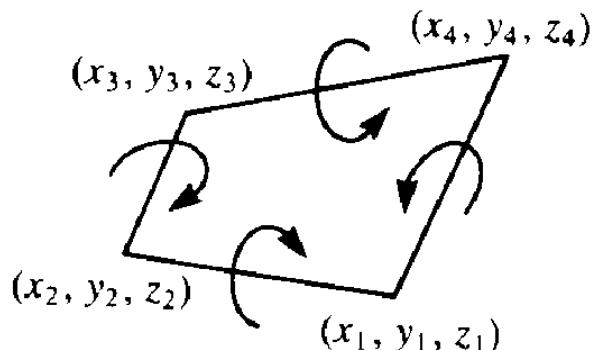


Figura 2 - Anel de vórtices com circulação constante (Katz; Plotkin, 1991)

A velocidade induzida em um ponto  $\mathbf{P}$  qualquer por este anel de vórtices é:

$$\begin{aligned}\vec{v}_p = & \vec{v}_p(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \Gamma) + \vec{v}_p(x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, \Gamma) \\ & + \vec{v}_p(x_3, y_3, z_3, x_4, y_4, z_4, \Gamma) + \vec{v}_p(x_4, y_4, z_4, x_1, y_1, z_1, \Gamma)\end{aligned}$$

Como há dependência linear entre a velocidade induzida  $\vec{v}_p$  e a circulação  $\Gamma$ , convém utilizar a seguinte notação, em que  $\vec{K}_{j \rightarrow i}$  é um vetor que denota a indução de um painel  $\mathbf{j}$  sobre um ponto  $\mathbf{i}$ :

$$\vec{v}_p = \vec{K}_{j \rightarrow i} \cdot \Gamma$$

A necessidade de se fazer uso de um anel de vórtices ao invés de um simples segmento vem da conclusão do teorema de Helmholtz, que diz que um filamento de vórtice não pode terminar dentro de um fluido – ele deve se estender aos limites do fluido ou formar um circuito fechado.

## 2.2. O teorema de Kutta-Joukowsky

A figura 3 ilustra a convenção utilizada para a explanação do teorema de Kutta-Joukowsky:

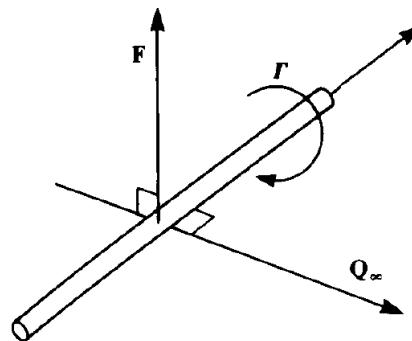


Figura 3 - Elemento de circulação  $\Gamma$  e escoamento de velocidade  $Q$  (Katz; Plotkin, 1991)

O teorema propõe que a força aerodinâmica por unidade de comprimento  $F$  resultante da interação entre o elemento de circulação  $\Gamma$  e a velocidade de escoamento ao longe  $Q_\infty$  assume a forma:

$$\vec{F} = \rho \cdot \vec{Q}_\infty \times \vec{\Gamma}$$

Nesta equação,  $\rho$  é a massa específica do fluido.

### 2.3. Discretização da superfície sustentadora e coeficientes de influência

Uma vez introduzidos os dados geométricos referentes à forma da superfície sustentadora da aeronave, é então feita a discretização da superfície. Para tal, divide-se a asa em pequenos painéis quadriláteros, cada um contendo um elemento de singularidade (para este método, será o anel de vórtices explicado no item anterior). A figura 4 ilustra a discretização:

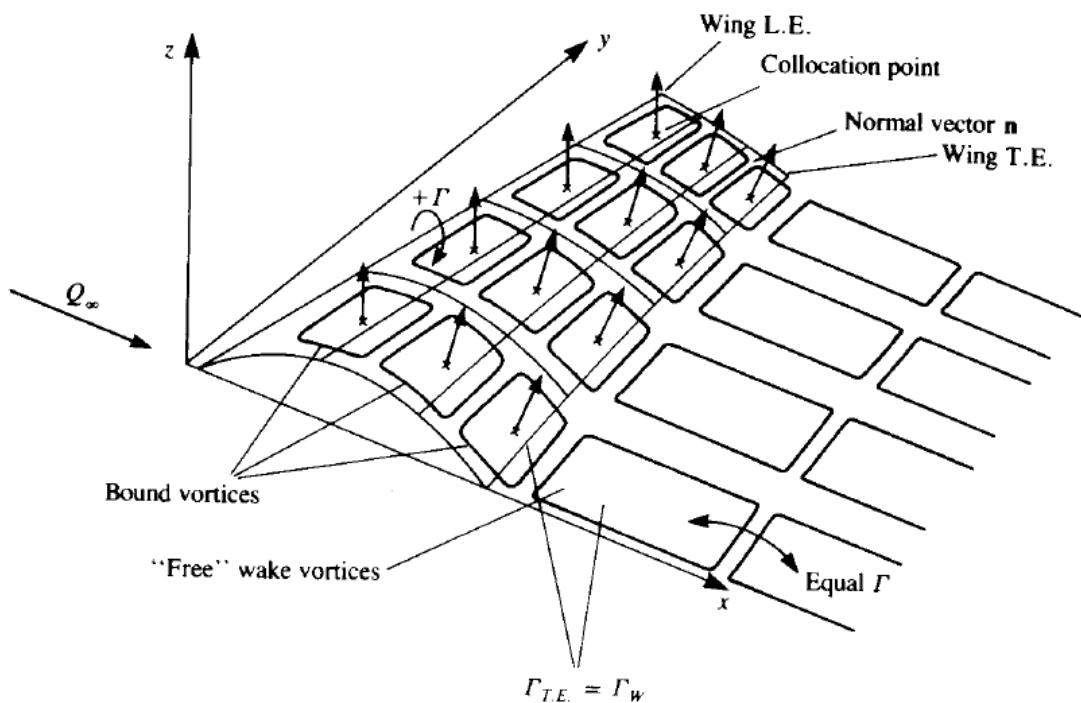


Figura 4 - Painéis da superfície sustentadora (Katz; Plotkin, 1991)

Deve-se tomar um cuidado especial ao criar os pontos dos painéis utilizados para a disposição dos anéis de vórtices. Inicialmente, faz se a discretização da superfície em painéis relativos à geometria. Contudo, ao criar os painéis que contém os anéis, faz se uma transposição longitudinal: a linha frontal de cada anel passa a ocupar o quarto de corda do painel geométrico.

Cada painel contendo um anel de vórtices deve possuir como características identificadoras os pontos das bordas, o vetor normal  $\vec{n}$ , o ponto de colocação  $P$  (centro do painel) e a incógnita associada  $\Gamma$ . Aos painéis do bordo de fuga, há a necessidade de se acoplar um painel auxiliar de esteira livre, com mesmo valor de  $\Gamma$ . Isto é feito para garantir que o escoamento obtido seja tangente ao bordo de fuga,

evitando cruzamentos indevidos, o que inviabilizaria a aplicação da teoria de escoamento potencial.

Assuma que há, finalmente,  $N$  painéis criados, cada um contendo um anel de vórtices com  $\Gamma$  desconhecido. O próximo passo é obter um sistema de equações lineares que retorne o valor das circulações de cada anel. Isto pode ser feito aplicando a condição de não penetrabilidade no escoamento. Suponha que no centro do painel o escoamento total (velocidade ao longe somada à velocidade total induzida) seja tangente à superfície. Em termos algébricos, isso significa dizer que o produto escalar entre a velocidade total no painel e seu vetor normal é nulo. Portanto, para um painel  $\mathbf{i}$  induzido pelos painéis  $\mathbf{j}$  da malha, a equação que rege a condição de não penetrabilidade é:

$$\sum_{j=1}^N (\vec{K}_{j \rightarrow i} \cdot \vec{n}_i) \cdot \Gamma_j = -\vec{Q}_\infty \cdot \vec{n}_i$$

Cada elemento  $\mathbf{j}$  do somatório corresponde à coluna  $\mathbf{j}$  da matriz dos coeficientes de influência. O lado direito da equação corresponde aos elementos da matriz independente. Para a geração das linhas  $\mathbf{i}$ , repete-se a rotina para cada painel  $\mathbf{i}$ :

$$\begin{bmatrix} \vec{K}_{1 \rightarrow 1} \cdot \vec{n}_1 & \cdots & \vec{K}_{N \rightarrow 1} \cdot \vec{n}_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{K}_{1 \rightarrow N} \cdot \vec{n}_N & \cdots & \vec{K}_{N \rightarrow N} \cdot \vec{n}_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\vec{Q}_\infty \cdot \vec{n}_1 \\ \vdots \\ -\vec{Q}_\infty \cdot \vec{n}_N \end{bmatrix}$$

Na equação matricial acima, é usual chamar a matriz do lado direito da equação de *Matriz RHS* (ou right-hand side), enquanto que a matriz quadrada é chamada de *matriz de influência*.

O sistema linear é facilmente resolvido com o auxílio computacional. Assim, pode-se obter os valores das circulações  $\Gamma$  de cada painel na matriz das incógnitas.

## 2.4. Forças e momentos aerodinâmicos

Uma vez encontrados os valores de  $\Gamma$ , parte-se para o processamento dos dados a fim de se encontrar os valores de sustentação, arrasto induzido e momento de arfagem. Havendo  $\mathbf{X}$  painéis na direção da corda da asa e  $\mathbf{Y}$  painéis na direção da envergadura, e o índice  $\mathbf{i}$  se referindo à numeração do painel na corda, e  $\mathbf{j}$  à da envergadura, a distribuição de sustentação por painel é dada por:

$$L_{ij} = \begin{cases} \rho \cdot Q_\infty \cdot (\Gamma_{ij} - \Gamma_{i-1,j}) \cdot \Delta y_{ij} & i > 1 \\ \rho \cdot Q_\infty \cdot \Gamma_{ij} \cdot \Delta y_{ij} & i = 1 \end{cases}$$

O mesmo procedimento pode ser efetuado para a obtenção da distribuição das forças laterais  $F_{Y_{ij}}$ , quando se considera a variação  $\Delta z_{ij}$ . Usualmente esta força deve ser nula, considerando efeitos de simetria lateral. Contudo, quando se leva em conta deflexões de leme, aileron ou ângulo de derrapagem, deve haver uma componente aerodinâmica lateral.

Para a computação do arrasto parasita, deve-se obter as componentes verticais das velocidades induzidas em cada painel,  $\mathbf{w}_{ij}$ . Isso pode ser obtido a partir do estágio de criação da matriz de influência, reservando uma matriz a mais para a obtenção das velocidades induzidas  $\mathbf{w}_{ij}$ . Esta matriz é simplesmente composta dos termos em  $z$  dos vetores de indução  $\vec{K}_{j \rightarrow i}$  apresentados no item anterior (deve-se tomar cuidado especial ao avaliar os índices  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  dos vetores  $\vec{K}$ , pois eles têm significado diferente dos índices das velocidades induzidas  $\mathbf{w}_{ij}$ ). Uma vez conhecidos os valores de  $\mathbf{w}_{ij}$ , parte-se para a obtenção dos valores de arrasto induzido na malha:

$$D_{ij} = \begin{cases} -\rho \cdot w_{ij} \cdot (\Gamma_{ij} - \Gamma_{i-1,j}) \cdot \Delta y_{ij} & i > 1 \\ -\rho \cdot w_{ij} \cdot \Gamma_{ij} \cdot \Delta y_{ij} & i = 1 \end{cases}$$

A computação do momento de arfagem  $M$  com relação a um polo estipulado é obtida integrando os momentos de cada sustentação  $L_{ij}$  em relação a esse polo. O momento de rolagem  $I$  é calculado a partir da soma dos momentos individuais de cada elemento  $L_{ij}$  em relação ao eixo de simetria. Em seguida, o momento de guinada  $n$  é obtido considerando os elementos da força lateral  $F_{Y_{ij}}$ . Finalmente, a sustentação  $L$ , o

arrasto induzido total  $D_{ind}$  da superfície e a força lateral  $F_y$  são obtidos pela soma dos termos  $L_{ij}$ ,  $D_{ij}$ ,  $F_{y_{ij}}$ , respectivamente. Os coeficientes adimensionais de sustentação, arrasto, força lateral e momentos de arfagem, rolagem e guinada podem ser calculados com as expressões:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Q_\infty^2 \cdot S}$$

$$C_D = \frac{D_{ind}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Q_\infty^2 \cdot S}$$

$$C_Y = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Q_\infty^2 \cdot S}$$

$$C_l = \frac{l}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Q_\infty^2 \cdot S \cdot \bar{c}}$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Q_\infty^2 \cdot S \cdot \bar{c}}$$

$$C_n = \frac{n}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Q_\infty^2 \cdot S \cdot \bar{c}}$$

O termo  $\bar{c}$  se refere à corda média aerodinâmica, referência para adimensionalização do momento de arfagem.

## 2.5. Influência do solo nas características aerodinâmicas

De acordo com Kuethe; Chow (1998), a proximidade da aeronave com o solo implica na diminuição da formação de vórtices de ponta de asa. Isso acarreta na diminuição da velocidade induzida verticalmente, ou *downwash*. Como consequência direta, ocorre um aumento na sustentação e uma diminuição do arrasto induzido. Este efeito é chamado de *Efeito Solo* e deve ser levado em consideração, para obter uma boa aproximação da previsão de comportamento em decolagem.

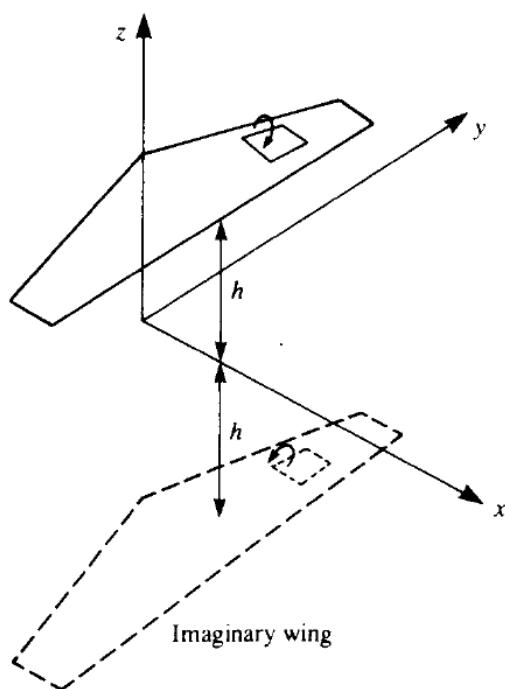


Figura 5 - Método da imagem para modelagem do efeito solo Kuethe; Chow (1998)

Para a inclusão do efeito solo no VLM, deve-se considerar a influência de piaés simetricamente posicionados em relação ao plano x-y, como mostra a figura 5. Esta influência faz com que não haja componentes verticais de velocidade no plano de simetria, caracterizando a condição de impermeabilidade do plano x-y (o escoamento não cruza o plano).

### 3. O PROGRAMA VLM DESENVOLVIDO

Este capítulo pretende explicar o funcionamento do programa desenvolvido para a caracterização aerodinâmica das aeronaves estipuladas pelos usuários.

O objetivo do VLM desenvolvido é obter, para uma série de alturas entre a aeronave e o solo, as derivadas aerodinâmicas pertinentes à simulação da decolagem e subida. As figuras a seguir apresentam as nomenclaturas de forças e momentos, bem como os ângulos de ataque  $\alpha$  e de derrapagem  $\beta$ .

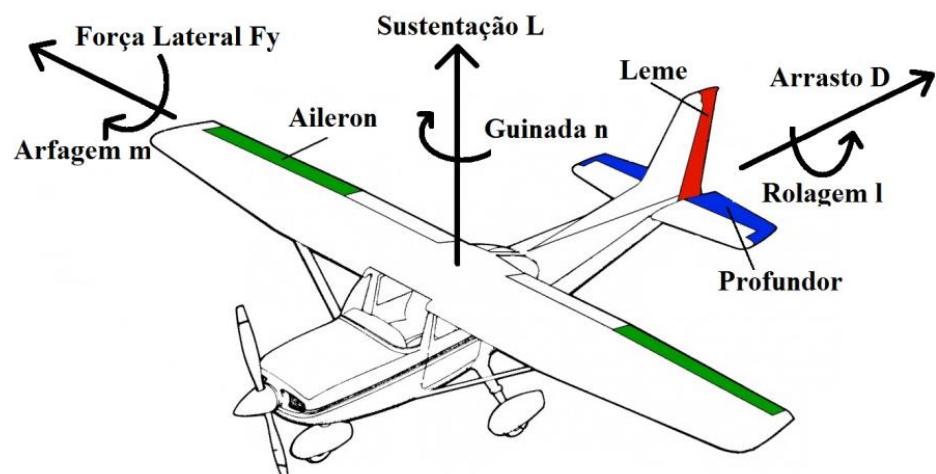


Figura 6 - Forças e momentos aerodinâmicos

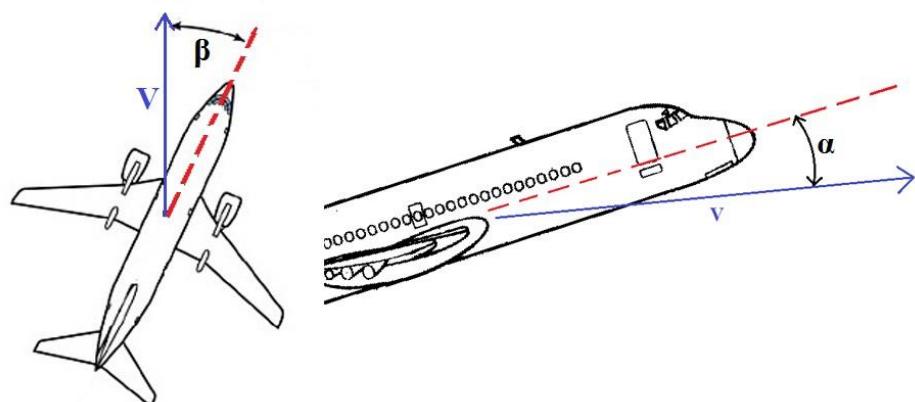


Figura 7 - Ângulos de ataque e derrapagem

Apresentam-se agora os ângulos  $\delta_e$ ,  $\delta_a$  e  $\delta_r$  que representam, respectivamente, as deflexões de profundor, aileron e leme. Os coeficientes aerodinâmicos são obtidos por meio de derivações lineares, com exceção do coeficiente de arrasto, que tem uma relação quadrática em com o coeficiente de sustentação. A modelagem resulta em:

$$CL = CL_\alpha \cdot \alpha + CL_{\delta_e} \cdot \delta_e + CL_{\delta_a} \cdot \delta_a + CL_0$$

$$CD = CD_{CL2} \cdot CL^2 + CD_{CL1} \cdot CL + CD_0$$

$$CY = CY_\beta \cdot \beta + CY_{\delta_r} \cdot \delta_r$$

$$Cl = Cl_\beta \cdot \beta + Cl_{\delta_a} \cdot \delta_a + Cl_{\delta_r} \cdot \delta_r$$

$$Cm = Cm_\alpha \cdot \alpha + Cm_{\delta_e} \cdot \delta_e + Cm_{\delta_a} \cdot \delta_a + Cm_0$$

$$Cn = Cn_\beta \cdot \beta + Cn_{\delta_a} \cdot \delta_a + Cn_{\delta_r} \cdot \delta_r$$

O objetivo do VLM proposto é calcular as derivadas  $CL_\alpha$ ,  $CL_{\delta_e}$ ,  $CL_{\delta_a}$ ,  $CL_0$ ,  $CD_{CL2}$ ,  $CD_{CL1}$  e  $CD_0$ ,  $CY_\beta$ ,  $CY_{\delta_r}$ ,  $Cl_\beta$ ,  $Cl_{\delta_a}$ ,  $Cl_{\delta_r}$ ,  $Cm_\alpha$ ,  $Cm_{\delta_e}$ ,  $Cm_{\delta_a}$ ,  $Cm_0$ ,  $Cn_\beta$ ,  $Cn_{\delta_a}$  e  $Cn_{\delta_r}$  em função da altura da aeronave em relação ao solo.

### 3.1. Entrada e leitura dos parâmetros

O programa proposto recebe as entradas a partir de uma planilha gerada no *Microsoft Excel*, por facilidade de edição dos parâmetros. A figura a seguir mostra uma captura de tela da planilha.

Figura 8 - Captura de tela da planilha de entrada de parâmetros

Na planilha, o usuário deve cadastrar as superfícies sustentadoras da aeronave a ser estudada. Cada superfície contém 22 variáveis que as definem (cordas, ângulos de incidência, enflechamento, diedro, offsets em relação à origem do sistema de coordenadas, deflexões de aileron, profundor e leme, número de painéis, verificadores de espelhamento da superfície e inversão de perfil e nome do aerofólio da superfície).

A tabela da direita contém as variáveis para a varredura das alturas, ângulos de ataque e derrapagem, bem como a adimensionalização dos coeficientes aerodinâmicos calculados, entre outros. Em seguida, uma função é criada no *Matlab* para a obtenção dos dados da planilha e posterior análise.

### 3.2. Criação das malhas

Após a função de leitura dos dados da planilha, uma rotina converte os parâmetros geométricos em matrizes  $X, Y$  e  $Z$ . As linhas das matrizes percorrem a corda das superfícies, enquanto que as colunas das matrizes percorrem a envergadura. As matrizes são então rotacionadas em relação ao ângulo de ataque  $\alpha$  e ao ângulo de derrapagem  $\beta$  avaliados.

Uma função de geração de *surfaces* pode gerar a representação visual da malha. A figura a seguir apresenta a malha para os dados geométricos da figura 8.

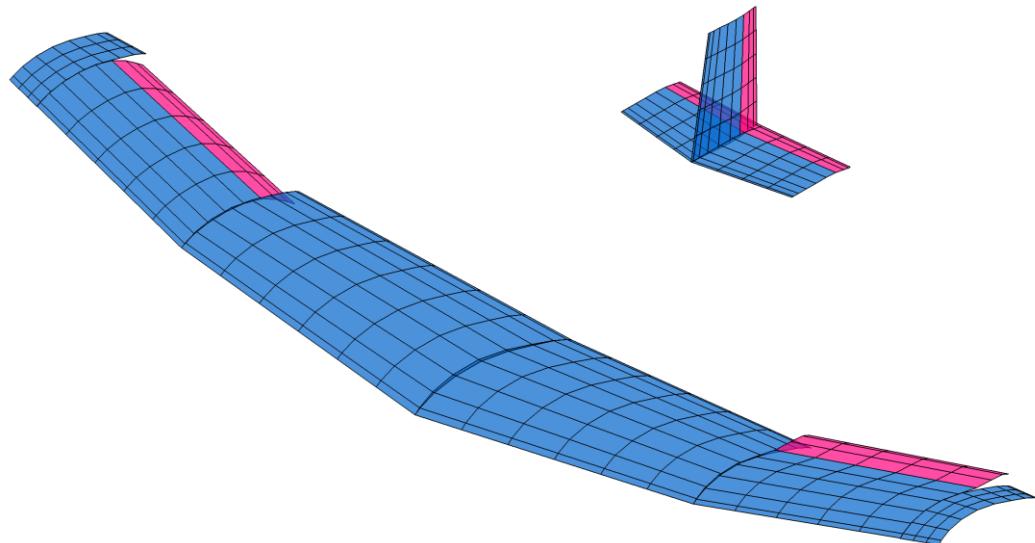


Figura 9 - Malha geométrica gerada em Matlab a partir da planilha

Em seguida, uma rotina converte as matrizes  $X, Y$  e  $Z$  em variáveis geométricas relativas aos painéis, conforme explicado no item 2. As variáveis são 18 vetores linha contendo as coordenadas nas três dimensões dos 4 cantos de cada painel ( $P1_x, P1_y, P1_z, P2_x, P2_y, P2_z, P3_x, P3_y, P3_z, P4_x, P4_y, P4_z$ ), bem como as componentes dos vetores normais aos painéis ( $N_x, N_y, N_z$ ), além da posição do centro de cada painel ( $C_x, C_y, C_z$ ).

Finalmente, a rotina aglutina as linhas dos 18 vetores de cada superfície em 18 vetores para o avião completo, para serem utilizadas na etapa seguinte.

### 3.3. Criação da matriz de influência

Uma vez obtidos os vetores do item anterior, os coeficientes de influência são calculados levando-se em conta a altura  $h$  em relação ao solo. Para cada altura  $h$ , as coordenadas  $z$  dos vetores deverão ser alteradas dentro da rotina, de tal forma que

$$P1_z = P1_z + h$$

$$P2_z = P2_z + h$$

$$P3_z = P3_z + h$$

$$C_z = C_z + h$$

Na etapa de consideração do efeito solo, se o programador dobrar o número de painéis (painéis da aeronave + painéis da imagem simétrica em relação ao solo), o número de itens da matriz quadruplica e a velocidade de processamento fica comprometida. Para contornar essa dificuldade, faz-se uso de um artifício na computação da influência dos painéis. Ao invés de considerar o dobro de painéis, pode-se simplesmente computar a influência do painel  $i$  no painel  $j$  com coordenada  $C_z$  e somar esta influência àquela do painel  $i$  ao painel  $j$  com coordenada invertida  $-C_z$ . Esta alternativa é proposta por Kazt; Plotkin (1991) e se mostrou eficaz na solução dos problemas implementados.

Além disso, o programador deve tomar um cuidado especial no cálculo da influência de um filamento de vórtices em um ponto cuja distância desde filamento é demasiadamente pequena. Pelo fato de a influência ser inversamente proporcional ao quadrado da distância, pode haver erros residuais, acarretando em uma previsão errada dos valores aerodinâmicos. Faz-se uma rotina de verificação, anulando a influência caso esta distância seja muito pequena.

### 3.4. Criação da matriz RHS

Finalmente, faz- se o cálculo da matriz *RHS*. Cada linha da matriz é resultado do produto escalar entre o vetor normal do painel **i** e o vetor velocidade ao longe. Usualmente, o vetor velocidade ao longe (com módulo  $Q$ ) é representado por:

$$[Q_x \quad Q_y \quad Q_z] = [Q \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \quad -Q \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \quad Q \cdot \sin(\alpha)]$$

Porém, como este *VLM* leva em conta o *Efeito Solo*, não se pode dizer que a velocidade ao longe é esta, pois isto acarreta em problemas com a simetria adotada no item 2.5. Portanto, ao invés de rotacionar a velocidade, rotaciona-se a aeronave na etapa de criação da malha geométrica e variáveis dos painéis. Desta forma, tem-se:

$$[Q_x \quad Q_Y \quad Q_z] = [Q \quad 0 \quad 0]$$

Para cada vetor normal do painel **i**, calcula-se as linhas da matriz *RHS*:

$$\mathbf{RHS} = \begin{bmatrix} -Q \cdot N_{x_1} \\ -Q \cdot N_{x_2} \\ \vdots \\ -Q \cdot N_{x_{último}} \end{bmatrix}$$

### 3.5. Obtenção dos coeficientes aerodinâmicos

Parte-se agora para a obtenção dos coeficientes de sustentação, arrasto e momentos ( $CL$ ,  $CD$ ,  $CY$ ,  $Cl$ ,  $Cm$  e  $Cn$ ). Uma vez obtidas as matrizes de influência e  $RHS$ , as circulações  $\Gamma$  são calculadas por meio do sistema de equações lineares  $Coeficientes \cdot \Gamma = RHS$ . Os elementos infinitesimais de força e momento são calculados e somados para a obtenção da sustentação  $L$ , do arrasto  $D$ , da força lateral  $Fy$ , do momento de arfagem  $m$ , do momento de rolagem  $l$  e do momento de guinada  $n$ . Os adimensionais são obtidos com as equações de adimensionalização, utilizando os valores de área alar  $S$ , corda média aerodinâmica  $\bar{c}$ , massa específica  $\rho$  e velocidade de escoamento ao longe  $Q$ .

A área alar  $S$  e a corda média aerodinâmica  $\bar{c}$  são calculadas diretamente na planilha de dados de entrada, não devendo fornecer um esforço externo ao usuário.

O leitor deve notar que, por se tratar de uma adimensionalização, não deverá haver diferença nos resultados de  $CL$ ,  $CD$ ,  $CY$ ,  $Cl$ ,  $Cm$  e  $Cn$ , quando se escolhe diferentes valores de  $Q$  e  $\rho$  para o  $VLM$ .

### 3.6. Derivadas e constantes aerodinâmicas e de controle

Para a obtenção das derivadas aerodinâmicas e de controle, as etapas dos itens 3.2 ao 3.5 devem ser calculadas 8 diferentes configurações, a serem especificadas:

Configuração 1:  $\alpha = 0^\circ$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = 0^\circ$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 2:  $\alpha = \alpha_{min}$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = 0^\circ$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 3:  $\alpha = \alpha_{max}$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = 0^\circ$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 4:  $\alpha = 0^\circ$  ;  $\beta = \beta_{max}$  ;  $\delta_e = 0^\circ$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 5:  $\alpha = 0^\circ$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = \delta_e \text{mín}$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 6:  $\alpha = 0^\circ$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = \delta_e \text{max}$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 7:  $\alpha = 0^\circ$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = 0^\circ$  ;  $\delta_a = \delta_a \text{max}$ ;  $\delta_r = 0^\circ$   
Configuração 8:  $\alpha = 0^\circ$  ;  $\beta = 0^\circ$  ;  $\delta_e = 0^\circ$  ;  $\delta_a = 0^\circ$ ;  $\delta_r = \delta_r \text{max}$

Fica evidente aqui que, caso o usuário não especifique superfícies com deflexão de aileron, profundo ou leme, o programa proposto não calculará as derivadas relacionadas à esses ângulos. Além disso, caso o usuário não especifique um intervalo de ângulos de ataque ou derrapagem, o programa automaticamente estipulará um intervalo para calcular as derivadas relacionadas a estes ângulos.

Aplicando as regressões lineares apropriadas nas 8 configurações propostas, pode-se obter as 19 derivadas e constantes  $CL_\alpha$ ,  $CL_{\delta e}$ ,  $CL_{\delta a}$ ,  $CL_0$ ,  $CD_{CL2}$ ,  $CD_{CL1}$  e  $CD_0$ ,  $CY_\beta$ ,  $CY_{\delta r}$ ,  $Cl_\beta$ ,  $Cl_{\delta a}$ ,  $Cl_{\delta r}$ ,  $Cm_\alpha$ ,  $Cm_{\delta e}$ ,  $Cm_{\delta a}$ ,  $Cm_0$ ,  $Cn_\beta$ ,  $Cn_{\delta a}$  e  $Cn_{\delta r}$  para a modelagem dos coeficientes, aplicados nas equações descritas na introdução deste capítulo.

Caso o usuário insira duas ou mais superfícies com amplitudes diferentes de aileron ou profundo, o programa adimensionalizará os coeficientes considerando o valor das maiores deflexões inseridas.

### 3.7. Modelagem da influência da altura $h$ em relação ao solo

Toda a rotina embutida entre os itens 3.2 ao 3.7 é repetida para diferentes valores de alturas. O programa deverá devolver como saída, também, funções adequadas de interpolações dos coeficientes a serem estudados. A figura a seguir demonstra a influência da altura  $h$  no coeficiente  $CL_\alpha$  da aeronave da figura 9.

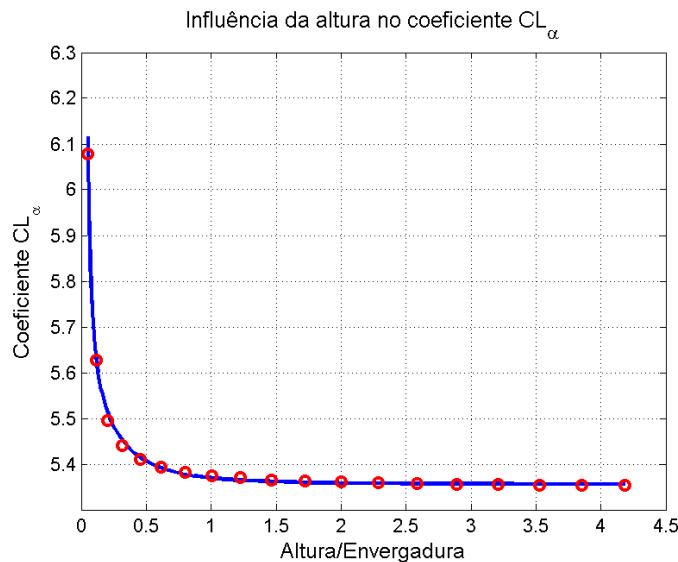


Figura 10 - Influência da altura no coeficiente  $CL_\alpha$

Para agilizar o processo computacional na etapa subsequente de simulação interativa da decolagem e subida, propõe-se um modelo matemático de relação entre os coeficientes calculados no item anterior e a altura em relação ao solo  $h$ . Todas os coeficientes têm a mesma relação assintótica com a altura  $h$ , como ilustrado na figura 10. Foi proposto, então, uma modelagem paramétrica dos 13 coeficientes do item anterior de acordo com a equação:

$$\text{coeficiente} = K_0 + \frac{K_1}{h} + \frac{K_2}{h^2}$$

Uma regressão polinomial simples pode ser feita com todos os 13 coeficientes, após a mudança de variáveis  $h^* = \frac{1}{h}$ . Essa modelagem é apresentada na figura 10, com sucesso. Finalmente, obtém-se todas as variáveis que caracterizam a simulação da decolagem e subida da aeronave.

### 3.8. Previsão do ângulo de estol e arrasto parasita

Por se tratar de um algoritmo linear, o VLM não consegue prever as características de ângulo de estol e arrasto parasita, pois estes são originados de efeitos da viscosidade do escoamento. Para estimar o ângulo de estol, foi utilizado o método da seção crítica, que discretiza a distribuição de sustentação na asa e compara o resultado com dados conhecidos do perfil bidimensional, para então avaliar o ângulo de ataque efetivo em cada posição na envergadura, como mostra o exemplo abaixo.

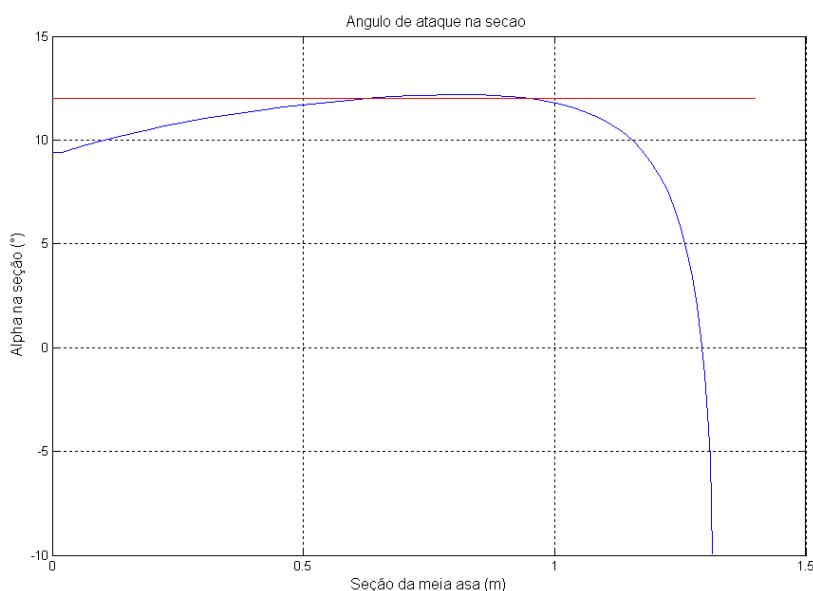


Figura 11 - Método das seções críticas

O método da seção crítica impõe que quando em um ângulo de ataque  $\alpha$  qualquer a distribuição de ângulos de ataque na asa tiver uma seção superou o ângulo de estol do perfil, este ângulo de ataque  $\alpha$  será o ângulo de estol da aeronave.

Para a computação do arrasto parasita da aeronave, é utilizado o método Component Build-Up, apresentado em Raymer (2002). Este leva em conta as parcelas individuais que contribuem para o arrasto total da aeronave (trem de pouso, asa, fuselagem, cauda, etc), utilizando dados semi-empíricos.

#### **4. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA VLM PROPOSTO**

Uma vez desenvolvido o programa de cálculo das propriedades aerodinâmicas pelo método *VLM*, parte-se para a etapa de verificação do modelo. Isto é, compara-se os resultados obtidos com este programa com os resultados validados de origens diferentes. Aqui, a validação será feita de duas maneiras. Inicialmente, será feita a comparação, para uma asa trapezoidal simples, dos resultados do *VLM* proposto com os resultados do *software* livre *XFLR5*, disponível para uso aberto, e que faz uso de outros métodos potenciais, como o método dos painéis 3D. Também será feita a comparação dos resultados do *VLM* proposto com os resultados do ensaio em túnel de vento realizado em 2013 pela equipe *Keep Flying* na aeronave projetada daquele ano.

Sempre que se faz um software de análise numérica, deve-se ter certeza que os resultados por ele devolvidos são confiáveis e utilizáveis no projeto real. O programador deve sempre tomar um cuidado especial na interpretação dos dados obtidos, para evitar possíveis erros residuais numéricos. O conhecimento do programador na área do conhecimento em que este atua é fator fundamental para a interpretação e validação das ordens de grandeza obtidas nos programas desenvolvidos.

#### 4.1. Comparação com o software livre *XFLR5*

O software livre *XFLR5* é uma ferramenta gratuita que possui módulos de análise aerodinâmica bidimensional e tridimensional considerando efeitos de viscosidade, compressibilidade e proximidade com o solo, possuindo interface facilmente utilizável. Ele utiliza métodos potenciais para a análise 3D, assim como no programa proposto. Em sua configuração, ele permite selecionar entre LLT (lifting line theory), painéis 3D de dipolos, fontes e sorvedouros, VLM de farradura e VLM de anéis de vórtices.

Uma asa trapezoidal simples (figura abaixo) foi avaliada no software livre *XFLR5* e, posteriormente, foi inserida no *VLM* proposto. Os resultados foram então comparados. As dimensões da asa comparada são apresentadas a seguir:

- Envergadura total da asa: 2 m
- Corda na raiz da asa: 0,5 m
- Corda na ponta da asa: 0,3 m
- Ângulo de diedro: 5°
- Ângulo de enflechamento do bordo de ataque: 20°
- Perfil aerodinâmico: Eppler 423

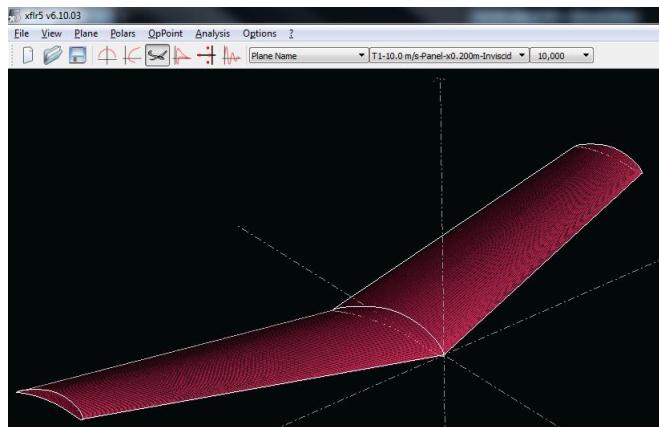


Figura 12 – Captura de tela para ilustração da asa comparada

As polares a serem comparadas serão as de coeficientes de sustentação, arrasto e momento de arfagem. As figuras a seguir mostram os resultados das diferentes ferramentas de análise.

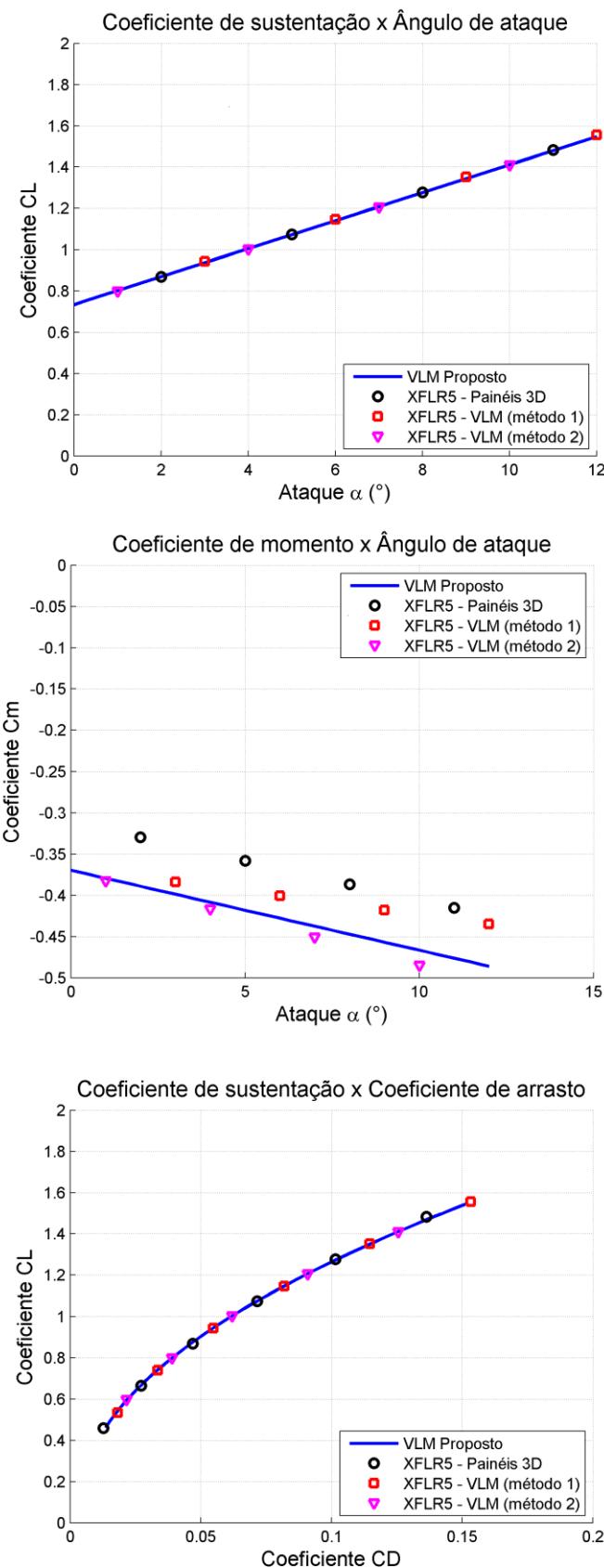


Figura 13 - Comparações com o XFLR5

#### 4.2. Comparação com um ensaio em túnel de vento

Em 2013, a equipe *Keep Flying* testou sua aeronave vigente no túnel de vento do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT). Pelo fato de as dimensões do túnel serem próximas das do avião projetado, um modelo em escala 1:1,25 foi fabricado pela equipe (figura 13), para evitar problemas relacionados à blocagem, de acordo com as recomendações de Pope (1999).



Figura 14 - Instalação do modelo no túnel de vento do IPT

Os resultados do ensaio em túnel de vento, bem como os previstos pelo *VLM* desenvolvido, são apresentados nas figuras a seguir.

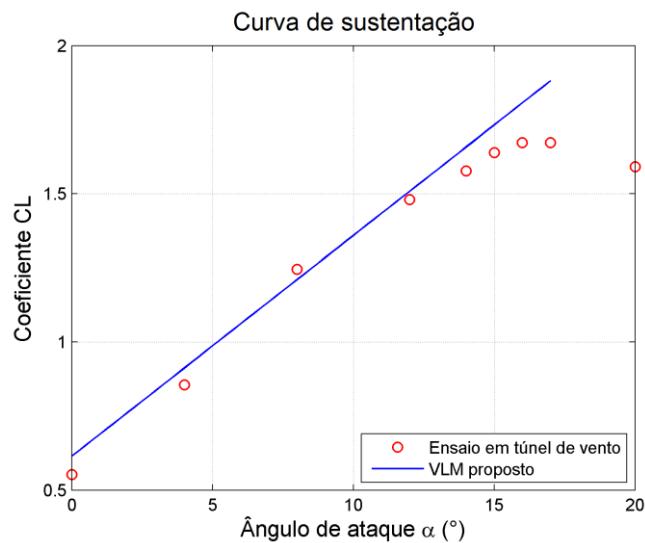


Figura 15 - Comparação das curvas de sustentação

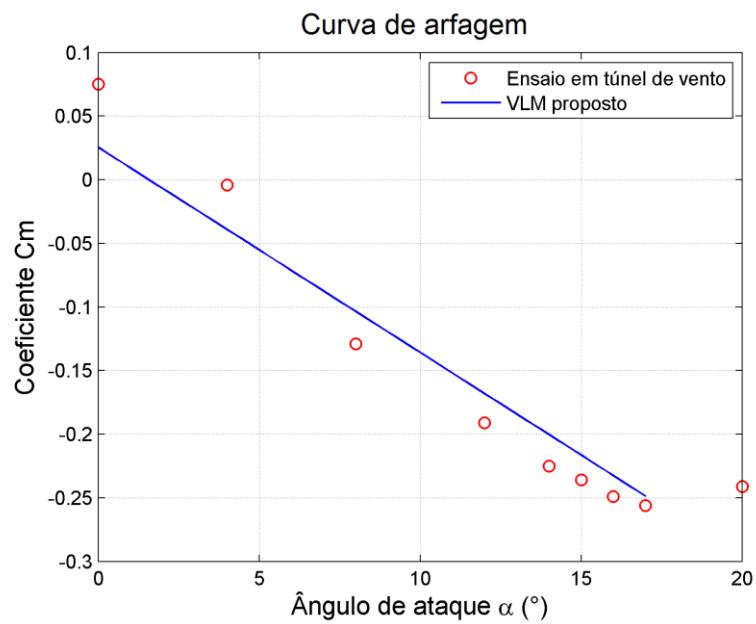


Figura 16 - Comparação das curvas de arfagem

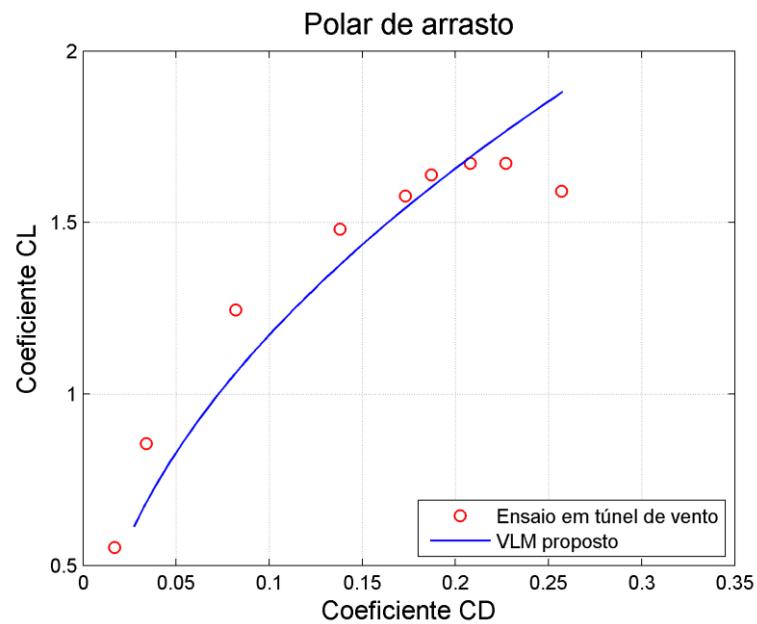


Figura 17 - Comparação das polares de arrasto

Pode-se observar que os valores não são idênticos, pois o ensaio em túnel de vento se trata de uma avaliação do comportamento real da aeronave, evidenciando efeitos de viscosidade do ar. Além disso, a grande discrepância entre os momentos de arfagem pode ser explicada pelo efeito do estabilizador da aeronave ser no formato “H”. Este atua como endplates nas pontas da cauda, potencializando sua influência no momento de arfagem da aeronave.

#### **4.3. Avaliação das comparações**

Pode-se notar evidente proximidade entre os resultados obtidos pelos ensaios realizados, tanto computacionais quanto reais. As curvas apresentadas nos dois itens anteriores reforçam a validade do modelo *VLM* proposto para estudar o comportamento aerodinâmico das aeronaves impostas pelo usuário.

## 5. O SIMULADOR DESENVOLVIDO

Após a criação de uma ferramenta computacional que possa descrever a característica aerodinâmica da aeronave, parte-se para a segunda parte do trabalho. Nesta é desenvolvido um simulador bidimensional de decolagem controlado via *USB Joystick*. Para tal, será utilizado o ambiente *Simulink 3D*, que possui relativa facilidade de aprendizado e programação e retorna resultados satisfatórios no que tange à visualização do modelo.

Para a visualização da modelagem da decolagem, apresenta-se a figura abaixo.

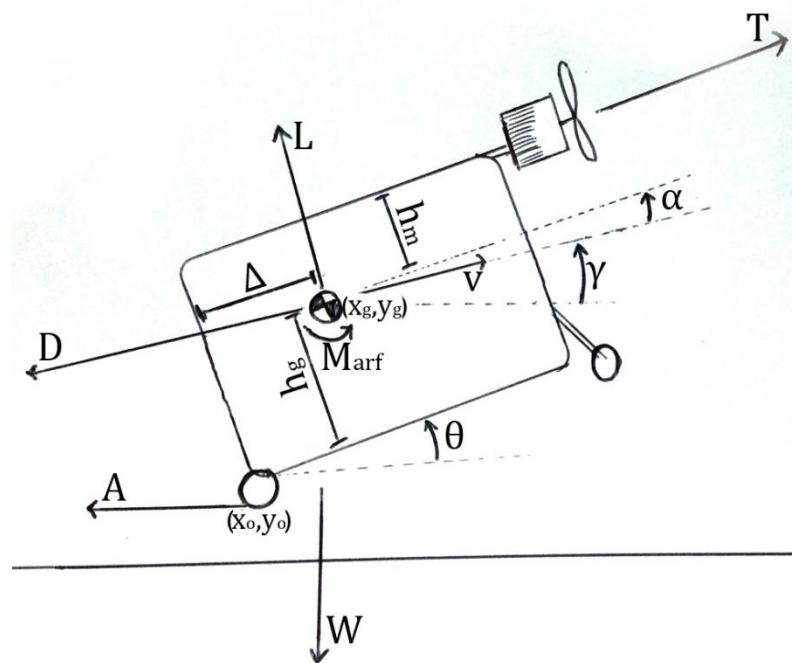


Figura 18 – Diagrama de forças e momentos na decolagem

Na figura, as entidades apresentadas são:

- L: força de sustentação perpendicular à velocidade da aeronave;
- D: força de arrasto paralela e contrária à velocidade da aeronave;
- T: força de tração originada do motor;
- A: forças de atrito entre o solo e o trem de pouso;
- Marf: Momento aerodinâmico sobre o centro de massa da aeronave;
- v: velocidade do centro de massa da aeronave;
- hm: diferença de altura entre o motor e o centro de massa;

- $h_g$ : Diferença de altura entre o centro de massa e o trem de pouso principal;
- $\Delta$ : Distância horizontal entre o centro de massa e o trem de pouso principal;
- $(x_g, y_g)$  e  $(x_o, y_o)$ : Coordenadas do centro de massa e do trem de pouso principal, respectivamente;
- $\alpha$ ,  $\theta$  e  $\gamma$ : Ângulos de ataque, atitude e subida, respectivamente

## 5.1. Modelagem das forças e momentos aplicados ao sistema

Este item apresenta como foram modeladas as forças que agem sobre o sistema durante a decolagem.

### **FORÇAS E MOMENTOS AERODINÂMICOS**

As forças de sustentação e de arrasto e o momento de arfagem são modelados da seguinte forma:

$$L = \frac{C_L \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2}; D = \frac{C_D \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2}; M_{arf} = \frac{C_M \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \bar{c}}{2}$$

Os coeficientes  $C_L$ ,  $C_D$  e  $C_M$  são função do ângulo de ataque  $\alpha$ , da deflexão de profundor  $\delta_e$  e da altura entre o bordo de ataque da asa e o solo, como explicados na etapa de desenvolvimento do *VLM*. Estes são adimensionalizados em função da massa específica do ar  $\rho$ , da velocidade da aeronave  $v$ , da área alar  $S$  e da corda média aerodinâmica  $\bar{c}$ .

### **FORÇA DE TRAÇÃO DO MOTOR**

Para a força de tração  $T$  do motor, foi realizado em 2013 pela equipe *Keep Flying* um ensaio em túnel de vento com 5 motores distintos, cada um com 14 hélices de diferentes passos, diâmetros e número de pás, como mostram as figuras a seguir.



Figura 19 - Motores ensaiados

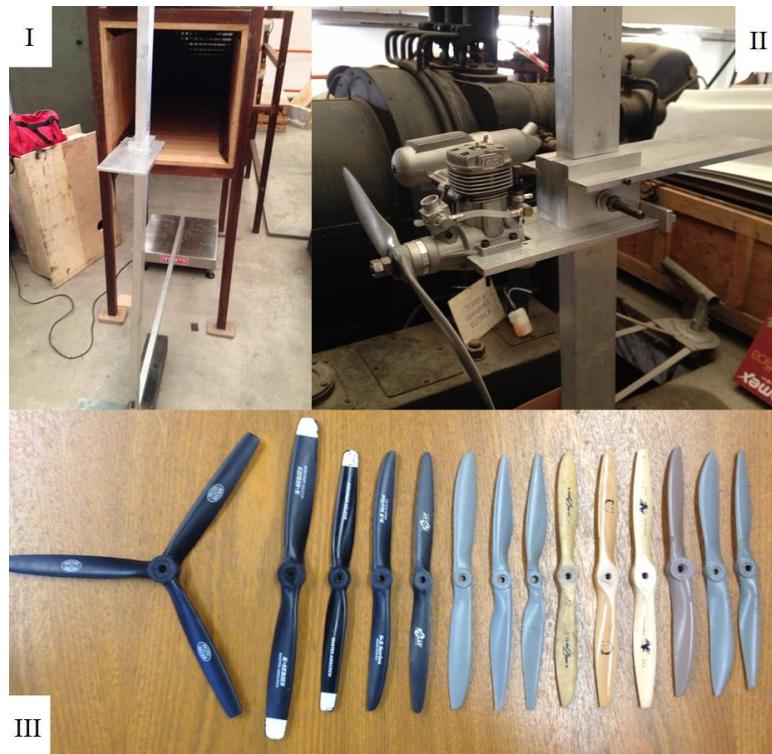


Figura 20 - Ensaio em túnel de vento realizado em 2013 (I), Detalhe da fixação (II) e hélices (III)

A figura a seguir apresenta as curvas obtidas para dois conjuntos de motores e hélices.

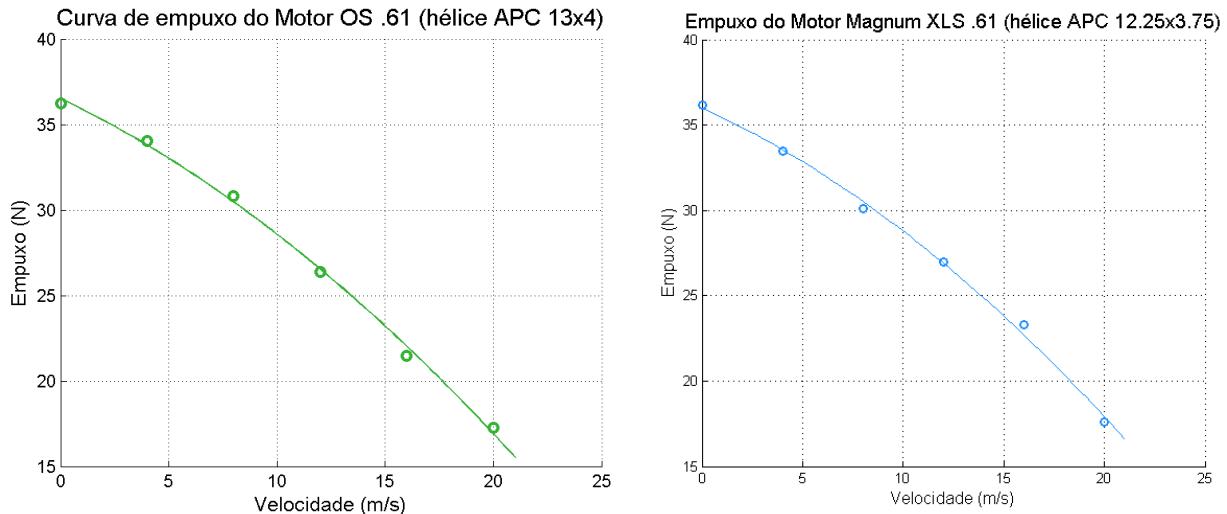


Figura 21 - Curvas obtidas no ensaio em túnel de vento

As curvas obtidas em nos ensaios mostram que há uma relação quadrática entre a força de empuxo fornecida e a velocidade do escoamento. Desta forma, pôde-se modelar a força de tração em função da velocidade como:

$$T = a_{motor} + b_{motor} \cdot v + c_{motor} \cdot v^2$$

## **FORÇAS DE ATRITO ENTRE O SOLO E O TREM DE POUSO**

A modelagem matemática do atrito segue a seguinte característica:

$$A = \mu \cdot (W - L)$$

O coeficiente  $\mu$  summariza as reações dos rolamentos das diversas vibrações entre o solo e o trem de pouso. Um ensaio com triciclo em movimento foi realizado pela equipe *Keep Flying* medindo-se o tempo  $\Delta t$  e a distância  $\Delta S$  necessários para a desaceleração completa do equipamento.



Figura 22 - Ensaio de atrito realizado

Assumindo que as forças de atrito seriam constantes durante toda a desaceleração do triciclo e que não há força de sustentação neste ensaio, obtém-se um sistema de equações levando ao valor de  $\mu$ :

$$\begin{cases} v_{final} = v_{inicial} - \mu \cdot g \cdot \Delta t = 0 \\ \Delta S = v_{inicial} \cdot \Delta t - \mu \cdot g \cdot \frac{\Delta t^2}{2} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{2 \cdot \Delta S}{g \cdot \Delta t^2}$$

26 ensaios foram realizados, variando o peso do conjunto para garantir que não havia relação entre a massa total e o atrito resultante. A tabela a seguir apresenta os resultados obtidos neste ensaio.

Tabela 1 – Dados obtidos no ensaio de atrito

Massa	Ensaio	$\Delta S$	$\Delta t$	$\mu$	$\mu$ médio
8,5 kg	1	5,31 m	3,6 s	0,082	$0,078 \pm 0,006$
	2	6,18 m	4,0 s	0,077	
	3	7,12 m	4,5 s	0,072	
	4	7,45 m	4,6 s	0,072	
	5	6,50 m	3,9 s	0,085	
10,3 kg	6	5,80 m	3,9 s	0,079	$0,081 \pm 0,004$
	7	6,39 m	4,0 s	0,083	
	8	3,70 m	3,0 s	0,085	
	9	3,73 m	3,0 s	0,083	
	10	5,30 m	3,8 s	0,076	
	11	6,05 m	4,0 s	0,078	
11,7 kg	12	3,70 m	2,9 s	0,087	$0,077 \pm 0,006$
	13	5,50 m	3,8 s	0,076	
	14	6,60 m	4,2 s	0,077	
	15	8,07 m	4,7 s	0,074	
	16	6,38 m	4,2 s	0,073	
13,0 kg	17	8,10 m	4,7 s	0,074	$0,075 \pm 0,005$
	18	3,53 m	3,2 s	0,069	
	19	6,82 m	4,4 s	0,071	
	20	10,23 m	5,1 s	0,079	
	21	5,85 m	3,9 s	0,080	
15,4 kg	22	5,30 m	3,9 s	0,073	$0,074 \pm 0,002$
	23	7,16 m	4,4 s	0,074	
	24	5,40 m	3,8 s	0,076	
	25	6,30 m	4,2 s	0,072	
	26	6,50 m	4,3 s	0,072	
<b>Média</b>	<b><math>0,077 \pm 0,005</math></b>				

Os resultados apresentam elevada consistência e desvio de 7%. Portanto, os dados deste ensaio foram utilizados no simulador desenvolvido.

## 5.2. Aplicação do Teorema do Momento Angular (TMA) e do movimento baricêntrico (TMB) ao sistema

Para o equacionamento do movimento do sistema, será aplicado o TMA no trem de pouso principal (desta forma, momentos originados das reações normais entre a aeronave e o solo são excluídos). No equacionamento, o índice “o” se referem ao trem de pouso principal e o índice “g” se refere ao centro de massa. O teorema do movimento baricêntrico será aplicado ao centro de massa.

Inicialmente, obtém-se a derivação das posições do trem de pouso e do centro de massa para relacionar as velocidades e acelerações:

$$\begin{aligned}
 (G - O) &= (\Delta \cos \theta - h_g \sin \theta) \vec{i} + (\Delta \sin \theta + h_g \cos \theta) \vec{j} \\
 (V_g - V_o) &= (\dot{x}_g - \dot{x}_o) \vec{i} + (\dot{y}_g - \dot{y}_o) \vec{j} \\
 \dot{x}_g - \dot{x}_o &= -\Delta \sin \theta \cdot \dot{\theta} - h_g \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\
 \ddot{x}_g - \ddot{x}_o &= -\Delta \cos \theta \dot{\theta}^2 + h_g \sin \theta \dot{\theta}^2 - \Delta \sin \theta \ddot{\theta} - h_g \cos \theta \ddot{\theta} \\
 \dot{y}_g - \dot{y}_o &= \Delta \cos \theta \dot{\theta} - h_g \sin \theta \dot{\theta} \\
 \ddot{y}_g - \ddot{y}_o &= -\Delta \sin \theta \dot{\theta}^2 - h_g \cos \theta \dot{\theta}^2 + \Delta \cos \theta \ddot{\theta} - h_g \sin \theta \ddot{\theta}
 \end{aligned}$$

Sabe-se que o momento angular  $\vec{K}_o$  do sistema é  $K_o = m \cdot (G - O) \times \vec{V}_o + I_o \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{k}$ . Assim, tem-se o momento angular do sistema:

$$\vec{K}_o = -m \dot{x}_o \Delta \sin \theta - m \dot{x}_o h_g \cos \theta + m \dot{y}_o \Delta \cos \theta - m \dot{y}_o h_g \sin \theta + I_o \dot{\theta}$$

O teorema do momento angular relaciona a derivada de  $\vec{K}_o$  com as velocidades do centro de massa e de  $\mathbf{O}$ :  $\dot{\vec{K}}_o = m (V_g \times V_o) + \vec{M}_{ext}$

Derivando  $\vec{K}_o$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \dot{\vec{K}}_{o_1} &= -m \Delta \cos \theta \dot{\theta} \dot{x}_o + m h_g \sin \theta \dot{\theta} \dot{x}_o - m \Delta \sin \theta \dot{\theta} \dot{y}_o - m h_g \cos \theta \dot{\theta} \dot{y}_o \\
 &\quad - m \Delta \sin \theta \ddot{x}_o - m h_g \cos \theta \ddot{x}_o + m \Delta \cos \theta \ddot{y}_o - m h_g \sin \theta \ddot{y}_o + I_o \ddot{\theta}
 \end{aligned}$$

Pelo teorema do momento angular, tem-se que a derivada  $\dot{\vec{K}}_o$  é

$$\dot{\vec{K}}_{o_2} = m h_g \sin \theta \dot{\theta} \dot{x}_o - m \Delta \cos \theta \dot{\theta} \dot{x}_o - m h_g \cos \theta \dot{\theta} \dot{y}_o - m \Delta \sin \theta \dot{\theta} \dot{y}_o + \vec{M}_{ext}$$

Igualando  $\dot{\overrightarrow{K_{o_1}}} = \dot{\overrightarrow{K_{o_2}}}$  resulta em:

$$\mathbf{M}_{ext} = I_o \ddot{\theta} - (m\Delta \sin \theta + mh_g \cos \theta) \ddot{x}_o + (m\Delta \cos \theta - mh_g \sin \theta) \ddot{y}_o$$

Lembrando, porém, que a relação entre as acelerações do centro de massa e do trem de pouso principal é:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_o &= \ddot{x}_g + \Delta \cos \theta \dot{\theta}^2 - h_g \sin \theta \dot{\theta}^2 + \Delta \sin \theta \ddot{\theta} + h_g \cos \theta \ddot{\theta} \\ \ddot{y}_o &= \ddot{y}_g + \Delta \sin \theta \dot{\theta}^2 + h_g \cos \theta \dot{\theta}^2 - \Delta \cos \theta \ddot{\theta} + h_g \sin \theta \ddot{\theta}\end{aligned}$$

Resultando em:

$$\mathbf{M}_{ext} = [I_o - m(\Delta^2 + h_g^2)] \ddot{\theta} - m(\Delta \sin \theta + h_g \cos \theta) \ddot{x}_g - m(\Delta \cos \theta - h_g \sin \theta) \ddot{y}_g$$

O teorema de Steiner (Teorema dos Eixos Paralelos) relaciona o momento de inércia no centro de massa com aquele do trem de pouso principal:  $I_o = I_g + m(\Delta^2 + h_g^2)$ . Assim, a expressão acima resulta em

$$\mathbf{M}_{ext} = I_g \ddot{\theta} - m(\Delta \sin \theta + h_g \cos \theta) \ddot{x}_g - m(\Delta \cos \theta - h_g \sin \theta) \ddot{y}_g$$

Pelo teorema do movimento baricêntrico aplicado no centro de massa do conjunto, obtém-se as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_g &= \frac{T \cos \theta - L \sin \gamma - D \cos \gamma - A}{m} \\ \ddot{y}_g &= \frac{T \sin \theta + L \cos \gamma - D \sin \gamma - W}{m}\end{aligned}$$

Para a obtenção dos momentos externos aplicados ao trem de pouso, deve-se primeiro transferir o momento de arfagem aplicado no centro de massa ao trem de pouso, utilizando da transferência

$$\mathbf{M}_{arf,o} = \mathbf{M}_{arf,G} + (\mathbf{G} - \mathbf{O}) \times \vec{F}$$

Sabendo que  $\mathbf{F} = (-L \sin \gamma - D \cos \gamma) \vec{i} + (L \cos \gamma - D \sin \gamma) \vec{j}$  e  $(\mathbf{G} - \mathbf{O}) = (\Delta \cos \theta - h_g \sin \theta) \vec{i} + (\Delta \sin \theta + h_g \cos \theta) \vec{j}$ , obtém-se  $\mathbf{M}_{arf,o}$ .

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{arf,o} &= \mathbf{M}_{arf,G} + (\Delta \cos \theta - h_g \sin \theta)(L \cos \gamma - D \sin \gamma) \\ &\quad + (\Delta \sin \theta + h_g \cos \theta)(L \sin \gamma + D \cos \gamma)\end{aligned}$$

Considerando, finalmente, os efeitos do peso do conjunto e da tração do motor, tem-se o momento externo total aplicado à aeronave:

$$M_{ext} = M_{arf,0} - W(\Delta \cos \theta - h_g \sin \theta) - T(h_m + h_g)$$

Deve-se notar que, neste equacionamento, não foram considerados os efeitos das reações normais entre o solo e o trem de pouso. Contudo, condições de contorno foram impostas no simulador, de forma a garantir que a presença do solo está sendo levada em conta. As condições são as seguintes, para cada iteração da simulação:

- Se  $y_o < 0$ , o valor de  $y_o$  será zerado;
- Se  $y_o \leq 0$  e  $\dot{y}_o \leq 0$ , o valor de  $\dot{y}_o$  será zerado;
- Se  $y_o \leq 0$  e  $\ddot{y}_o \leq 0$ , o valor de  $\ddot{y}_o$  será zerado;
- Se  $y_o \leq 0$  e  $\theta \leq 0$ , o valor de  $\theta$  será zerado;
- Se  $y_o \leq 0$ ;  $\theta \leq 0$  e  $\dot{\theta} \leq 0$ , o valor de  $\dot{\theta}$  será zerado;
- Se  $y_o \leq 0$ ;  $\theta \leq 0$  e  $\ddot{\theta} \leq 0$ , o valor de  $\ddot{\theta}$  será zerado;

Estas condições garantem que não haverá penetração da aeronave no solo, garantindo que a simulação da corrida e rolagem em pista sejam bem-sucedidas.

### 5.3. Programação do simulador

Com as equações de movimento deduzidas, parte-se agora para a programação do simulador bidimensional. Para isto, foi utilizado o software Matlab R2014a, que contém ferramentas de simulação de mundo virtual de fácil edição e programação via diagrama de blocos (simulink 3D). Para a simulação, foram utilizados blocos de integração *ODE45*, que utiliza o método de Runge-Kutta e se mostra confiável para a integração equações diferenciais de segunda ordem. O *Simulink 3D* também possibilita a inserção de blocos programáveis, o que facilita a programação da dinâmica do sistema, bem como a inserção das condições de contorno do solo. A figura abaixo apresenta parte do diagrama de blocos criado para a simulação da decolagem da aeronave.

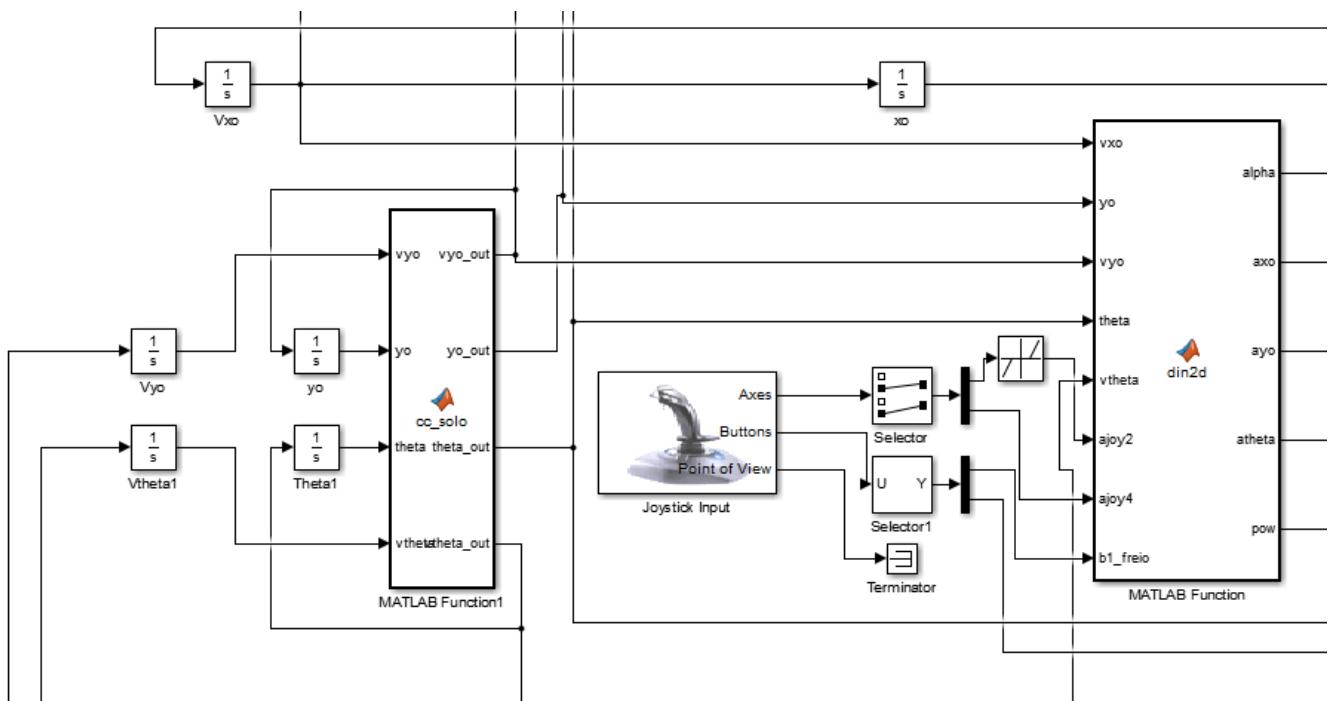


Figura 23 - Recorte do diagrama de blocos utilizado na simulação

As entradas são feitas por um joystick de 3 eixos e 13 botões, contudo apenas alguns botões foram utilizados. O joystick é apresentado na figura a seguir.



Figura 24 - Joystick utilizado para o controle da simulação

Para a visualização do sistema, um arquivo de mundo virtual (com extensão .wrl) foi criado com o auxílio de um software simples de edição (V-Realm Builder 2.0). Este possibilita a criação de planos de fundo, estruturas fixas e objetos a serem movidos pela simulação. A figura abaixo apresenta o ambiente de edição do mundo virtual.

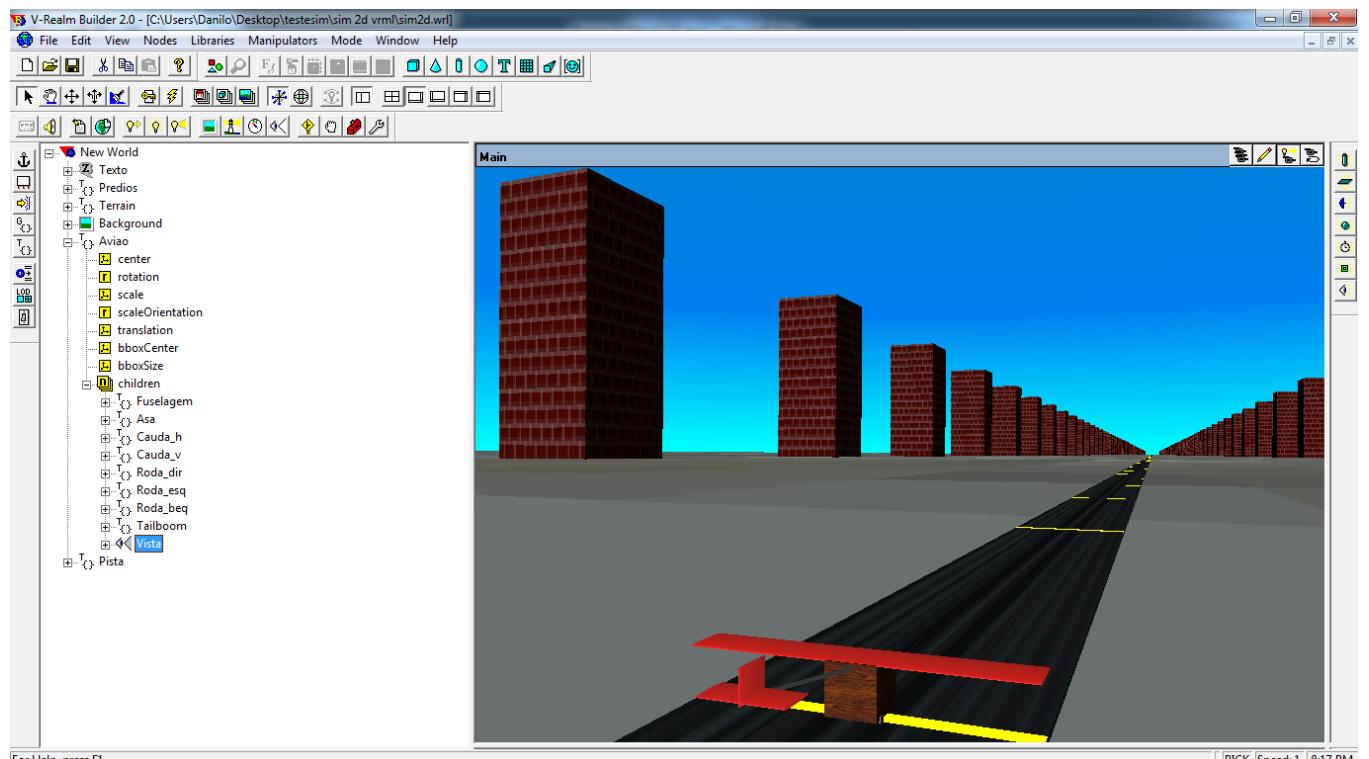


Figura 25 - Mundo virtual criado para a simulação

Neste mundo virtual, foram inseridos prédios para contornar um problema que se evidenciou nas primeiras tentativas de simulação: não havia referência para o usuário perceber movimento. Como o plano de fundo e a pista não apresentam movimento durante a simulação, era muito difícil ter uma sensibilidade quanto à velocidade da aeronave na simulação. Os prédios dão uma referência eficaz na percepção do movimento da aeronave na simulação. Em seguida, faixas amarelas foram inseridas na pista para o mesmo motivo.

O mundo virtual é então colocado no diagrama como um novo bloco, cujas entradas são as posições e ângulos da aeronave e dos *viewpoints* da simulação.

Dois pontos de vista foram inseridos no simulador, possibilitando a visualização lateral e em “perseguição” à aeronave, como mostra a figura abaixo.

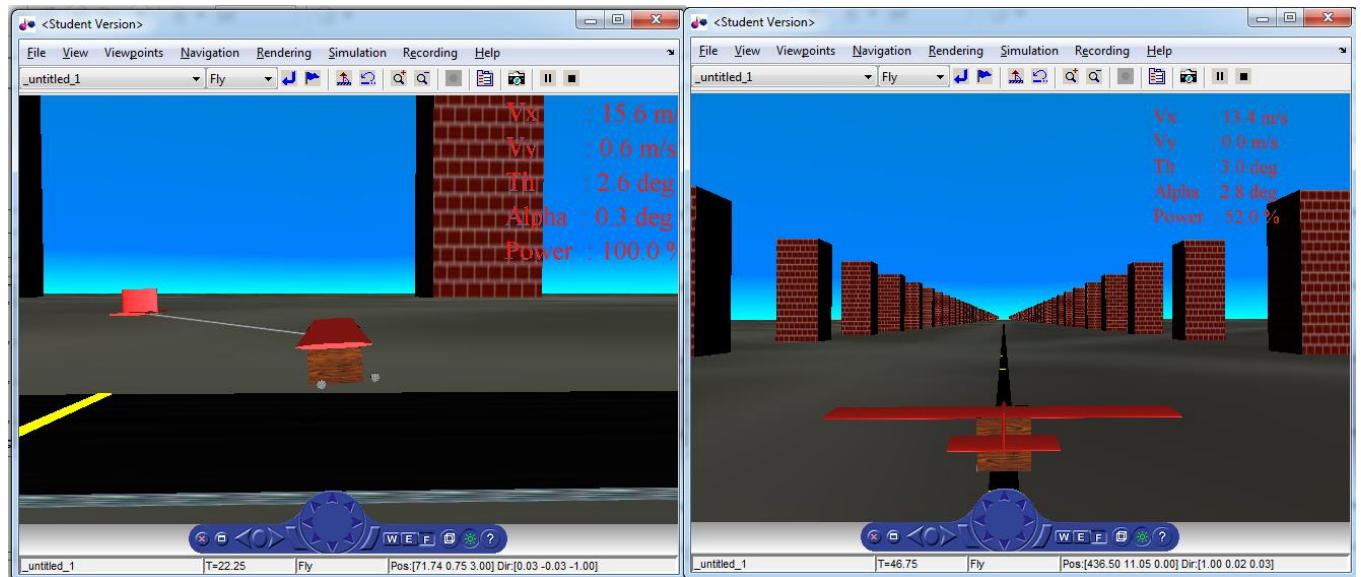


Figura 26 - Pontos de vista inseridos para a simulação

#### 5.4. Teste do simulador desenvolvido

Após a programação, testou-se o simulador para verificar o comportamento dinâmico que este retorna ao usuário. Tentativas de decolagem com o modelo da aeronave de 2013 da equipe Keep Flying foram feitas para 8 kg, 10 kg, 12 kg e 14 kg, para verificar se esta consegue decolar em menos de 50 metros de pista, como imposto pelo regulamento da competição SAE Aerodesign. Os resultados são apresentados nas figuras a seguir.

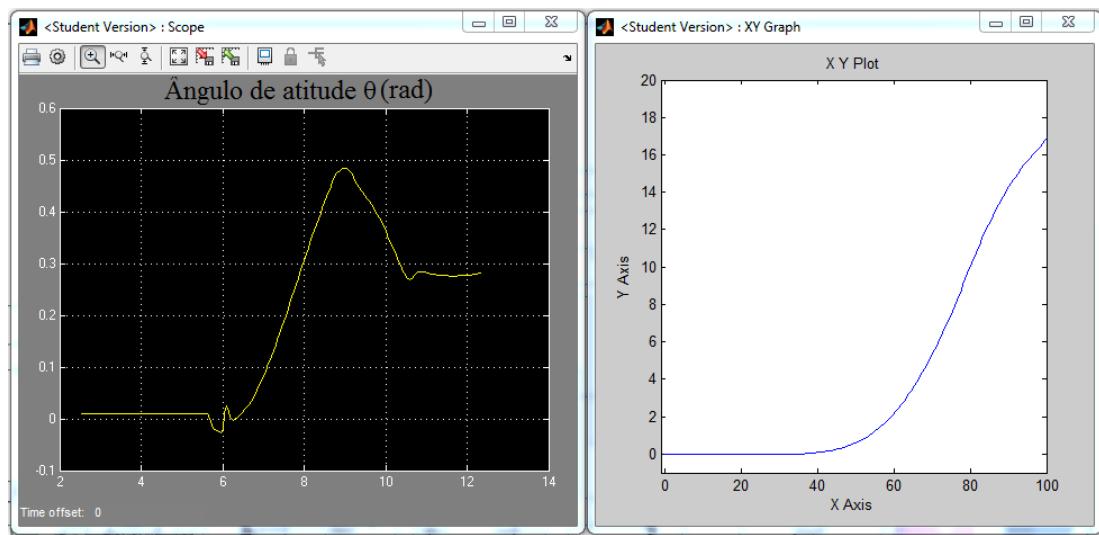


Figura 27 - Simulação feita para 8 kg

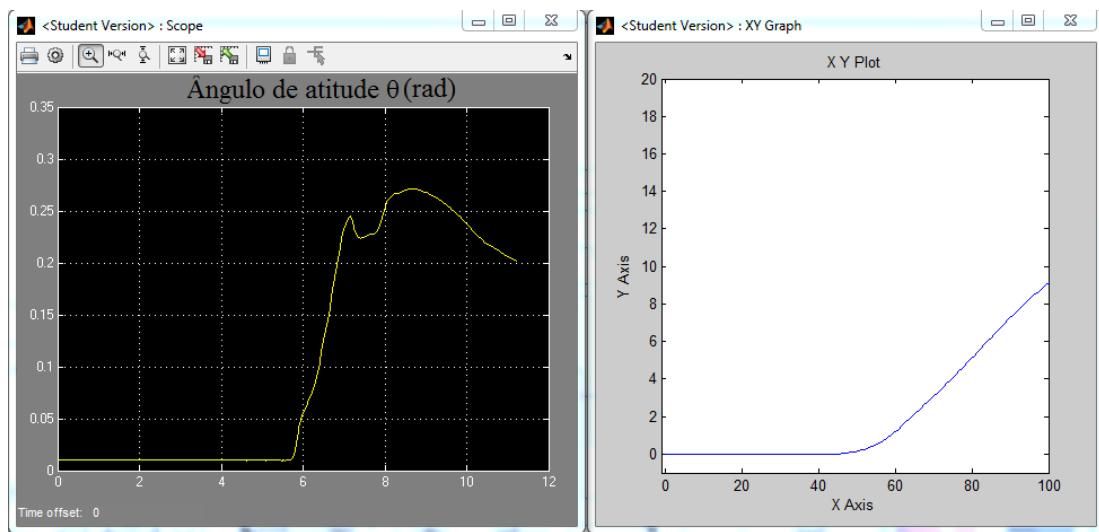


Figura 28 - Simulação feita para 10 kg

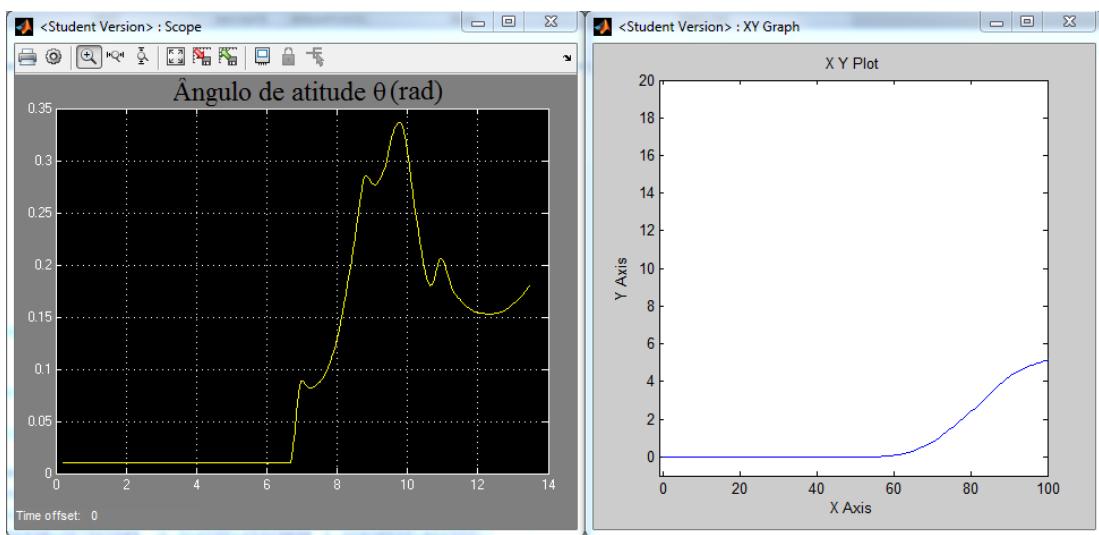


Figura 29 - Simulação feita para 12 kg

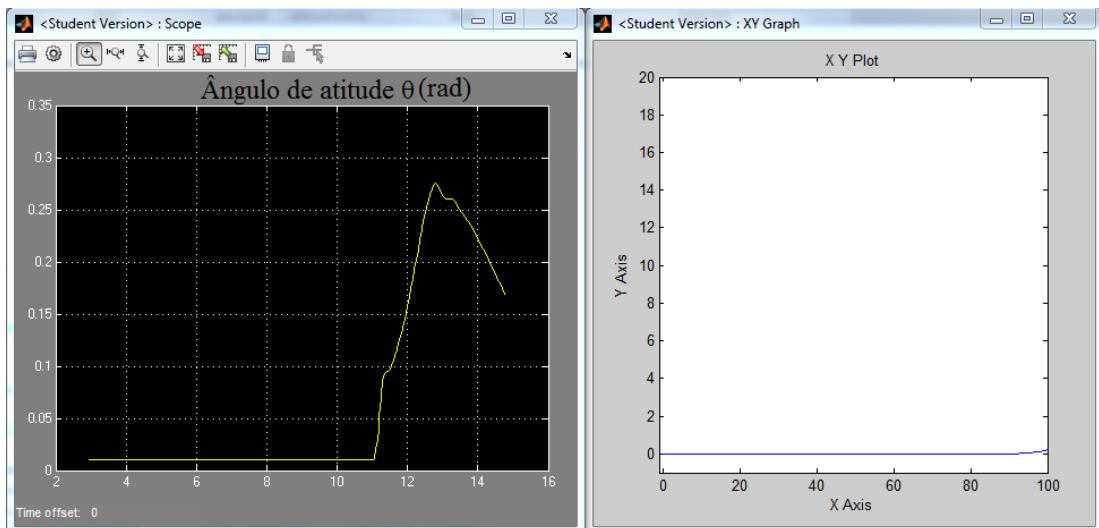


Figura 30 - Simulação feita para 14 kg

Testes realizados em 2013 pela Keep Flying evidenciaram que sua faixa de carga máxima para decolar em 50 metros era entre 11 kg e 13 kg, dependendo das condições atmosféricas do no momento da decolagem. Os resultados obtidos na simulação evidenciam esta característica, pois a aeronave decola com facilidade quando está com 8 e 10 kg, decola em cima dos 50 metros com 12 kg e não sai do chão antes dos 80 metros quando está carregada com 14 kg.

Com estes resultados, pode-se afirmar que o simulador cumpre seu objetivo de obter uma aproximação preliminar da decolagem das aeronaves da competição SAE Aerondesign, sendo portanto uma ferramenta poderosa no auxílio ao projeto das aeronaves da equipe Keep Flying para os próximos anos.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deve-se, tomar um cuidado especial ao se avaliar até onde o modelo aerodinâmico proposto vale. Ao pesquisar os métodos de programação de análise aerodinâmica via escoamento potencial e singularidades, nota-se algumas dificuldades concentuais, como a restrição de geometrias não espessas, a falta de uma sensibilidade maior a efeitos de rugosidade, e o risco de erros numéricos relacionados à proximidade entre pontos de colocação e pontos induzidos. O desenvolvedor deve prestar atenção ao utilizar tais recursos, e deve ter um bom senso crítico para avaliar se o método é ou não cabível ao seu projeto.

O intuito deste trabalho é fornecer uma ferramenta de análise preliminar que permita ao usuário ver a sensibilidade das qualidades da aeronave a certos parâmetros geométricos. O programa não pode ser a única fonte de informação ao usuário, e sempre que se participa de um projeto que envolva o estudo aerodinâmico, é imprescindível a presença de testes reais com protótipos.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**COMISSÃO TÉCNICA DA 15<sup>a</sup> COMPETIÇÃO AERODESIGN**, *Classes regular, advanced e micro – Regulamento da Competição*. Sociedade de Engenheiros da Mobilidade, 2013

**EQUIPE KEEP FLYING DE AERODESIGN**, *Relatório de Projeto*. Escola Politécnica da USP, 2013

**KATZ, J.; PLOTKIN, A.** *Low Speed Aerodynamics*. New York. Cambridge University Press, 1991

**KUETHE, A.; CHOW, c.** *Foundations of Aerodynamics*. New York. John Wiley & Sons Inc, 1998

**PHILLIPS, W. F.** *Mechanics of Flight*. John Wiley & Sons, 2004.

**POPE, A.** *Low speed wind tunnel testing*. Wiley-Interscience, 1999.

**RAYMER, D. P.** *Enhancing Aircraft Conceptual Design Using Multidisciplinary Optimization*. Stockholm. Doctoral Thesis. Royal Institute of Technology, 2002.